БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

**Лабораторная работа №3.3**

**Минимизация остатка интерполирования**

**Вариант 1**

Выполнил: Белоушко Степан,

2 курс 9 группа

Преподаватель:

Будник Анатолий Михайлович

**Условие:**

Минимизировать остаток интерполирования, вычислить приближенные значения функции в точках 𝑥∗, 𝑥∗∗ и 𝑥∗∗∗. Оценить погрешность.

По условию дан отрезок [𝑎,𝑏]=[,], узлы находятся по формуле .

Функция:

Точки восстановления:

**План решения:**

В качестве узлов интерполирования возьмём узлы Чебышёва. Тогда новые узлы интерполирования есть корни этого многочлена:

По новой таблице построим интерполяционный многочлен Лагранжа:

При этом для остатка интерполирования справедлива оценка:

**Листинг программы:**

def f(x):

return 0.15 \* math.exp(x) + 0.85 \* math.sin(x)

def chebyshevNodes():

nodes = list()

for k in range(11):

nodes.append(0.5 \* (1.15 + 0.15) + 0.5 \* (1.15 - 0.15) \* math.cos(((2 \* k + 1) \* math.pi) / (2 \* (11))))

return nodes

X = chebyshevNodes()

Y = [f(X[i]) for i in range(11)]

def lagrangeMethod(X, Y):

h = 0.1

nodes = [0, 0, 0]

phiY = [0, 0, 0]

r = [0, 0, 0]

rn = [1, 1, 1]

nodes[0] = 0.15 + (2/3) \* h

nodes[1] = 0.65 + (1/2) \* h

nodes[2] = 1.15 - (1/3) \* h

for i in range(3):

for j in range(11):

l = 1

for k in range(j):

l \*= (nodes[i] - X[k]) / (X[j] - X[k])

for k in range(j+1, 11):

l \*= (nodes[i] - X[k]) / (X[j] - X[k])

phiY[i] += l \* Y[j]

for i in range(3):

r[i] = phiY[i] - f(nodes[i])

for j in range(3):

for i in range(11):

rn[j] \*= (nodes[j] - X[i]) / (i + 1)

rn[j] \*= 1.24958

return phiY, r, rn

def interpolationRemainder():

return 1.24958 / (math.factorial(11) \* 2\*\*(2 \* 10 + 1))

**Результаты**

1. Таблица дискретизации:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 1.1449107209404663 | 1.2453963610076968 |
| 1.1048159976772591 | 1.2121746504493311 |
| 1.027874787177129 | 1.1470404054457901 |
| 0.9203204087277987 | 1.0529405134651615 |
| 0.7908662784207148 | 0.9351142232440711 |
| 0.65 | 0.801739569227718 |
| 0.509133721579285 | 0.6638852525279557 |
| 0.37967959127220136 | 0.5343018837666066 |
| 0.2721252128228709 | 0.4253748980533802 |
| 0.19518400232274086 | 0.34718518378778307 |
| 0.15508927905953362 | 0.30646239327815006 |

1. Значения в точках

|  |  |
| --- | --- |
|  | 0.36901861990553164 |
|  | 0.8496479402726049 |
|  | 1.2220449486698632 |

1. Остатки интерполирования

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Погрешность на всём отрезке

r = 1.4927202985897188e-14

1. Истинные погрешности

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Вывод**

Погрешности, полученные при интерполировании данным методом, получились лучше, чем в предыдущей лабораторной работе. Мы можем считать значения с помощью найденного интерполяционного многочлена на отрезке с точностью . Для интерполирования в лабораторной работе 3.2 и 3.3 был использован интерполяционный многочлен Лагранжа, но при минимизации остатка интерполирования вместо данных по условию узлов были взяты корни многочлена Чебышёва. Полиномы Чебышёва имеют наименьшее отклонение от нуля среди всех многочленов степени , поэтому погрешность при использовании полиномов Чебышева будет также мала во всех точках. Также при интерполяции многочленами Чебышёва мы можем оценить остаток во всех точках сразу, так как в отличии от МНК и метода Лагранжа он не зависит от точки, которую мы рассматриваем.